Exercice N°1:

1) Vrai : $50 = 2^1 \times 5^2$ et $63 = 3^2 \times 7^1$

2) Faux : Contre exemple : 6

3) Faux : PGCD(2016,4) = 4 , car 4 divise 2016

4) Faux : 2 divisible par 2 et 2 premier.

5) Vrai : $\frac{3}{125} = \frac{3\times 2^3}{5^3\times 2^3} = \frac{24}{10^3} \in \mathbb{D}$

6) Vrai : $550 = 50 \times 11$ donc 550 multiple de 11.

Exercice N°2:

1) a/ $420 = 160 \times 2 + 100$

$160 = 100 \times 1 + 60$

$100 = 60 \times 1 + 40$

$60 = 40 \times 1 + 20$

$40 = 20 \times 2 + 0$

d'où PGCD(420,160) = 20

b/

$$PGCD(a,b) \times PPCM(a,b) = a \times b; \quad avec\ \{a,b\} \in \mathbb{N}$$

alors $PPCM(420,160) = \frac{420 \times 160}{20} = 3360$

c/

$$D_a \cap D_b = D_{PGCD(a,b)} \quad et \quad M_a \cap M_b = M_{PPCM(a,b)}$$

alors $D_{420} \cap D_{160} = D_{20} = \{1,2,4,5,10,20\}$

2) $\frac{160}{420} = \frac{160 \div 20}{420 \div 20} = \frac{8}{21}$

3) a/ $n + 1 + \frac{6}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)+6}{n-1} = \frac{n^2-1^2+6}{n-1} = \frac{n^2+5}{n-1}$

b/ Pour que $\frac{n^2+5}{n-1} \in \mathbb{N}$ il faut que $n + 1 + \frac{6}{n-1} \in \mathbb{N}$

ainsi $(n - 1) \in D_6 = \{1,2,3,6\}$

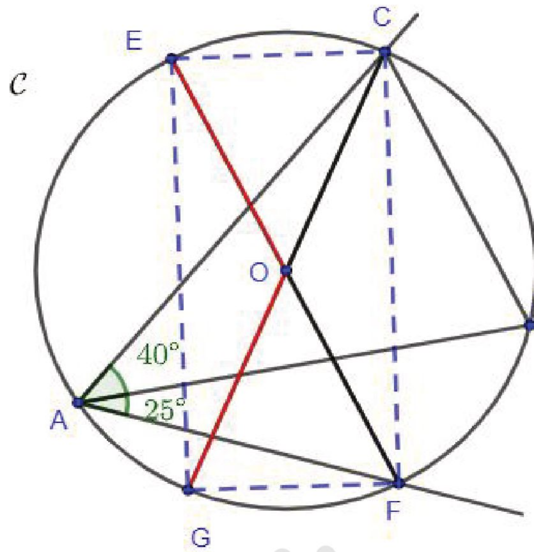
* si $n - 1 = 1 \Rightarrow n = 2$

* si $n - 1 = 2 \Rightarrow n = 3$; d'où $n \in \{2,3,4,7\}$

* si $n - 1 = 3 \Rightarrow n = 4$

* si $n - 1 = 6 \Rightarrow n = 7$

Exercice N°3:



1) $\widehat{BCF}$ et $\widehat{BAF}$ deux angles inscrits dans $\mathscr{C}$ qui interceptent le même arc $[\overset{\frown}{BF}]$ alors $\widehat{BCF} = \widehat{BAF}$.

2) $\widehat{FAC} = \widehat{FAB} + \widehat{BAC} = 65°$

* On a $\widehat{FOC}$ un angle au centre et $\widehat{FAC}$ un angle inscrit interceptent le même arc $[\overset{\frown}{FC}]$ alors $\widehat{FOC} = 2\widehat{FAC} = 2 \times 65 = 130°$.

* Le triangle FOC est isocèle en O alors $\widehat{OFC} = \frac{180-130}{2} = 25°$.

3) On sait que $\widehat{BCF} = \widehat{BAF} = 25°$ et $\widehat{OFC} = 25°$ alors les deux angles alternes-internes $\widehat{BCF}$ et $\widehat{OFC}$ formés par les deux droites (BC) et (OF) et la sécante (CF) sont égaux alors (OF) et (BC) sont parallèles.

4) [GC] et [EF] de même milieu O (deux diamètres dans $\mathscr{C}$) alors CEGF est un plg et comme CG = EF alors le quadrilatère CEGF est un rectangle.